УДК 550.831+550.8

Ю. І. Дубовенко

Редукція задачі Алексідзе до рівняння сили тяжіння

(Представлено академіком НАН України В.І. Старостенком)

З метою аналітичного продовження в глобальних областях значень сили тяжіння, які є значеннями модуля градієнта потенціалу сили тяжіння (МГПСТ), сформульована у вигляді інтегрального рівняння нелінійна гранична задача Алексідзе для рівняння Лапласа. Для її розв'язання у вигляді потенціалу простого шару на поверхні Ляпунова слід визначити невідому густину простого шару. На основі аналітичних властивостей функції МГПСТ задачу Алексідзе зведено до нелінійного інтегрального рівняння сили тяжіння.

Методи трансформації потенціальних полів дають змогу розв'язувати з достатньою точністю будь-яку задачу за умови задання вхідної інформації в локальних областях певної малої міри. Наявні дані гравітаційних і магнітних спостережень як різниці приростів модуля градієнта потенціалу сили тяжіння (МГПСТ) можна використати при розробці схем трансформацій потенціалу в глобальній області.

Для глобальних побудов густинних моделей земної кори, які виконують на основі даних регіональних спостережень, потрібно розв'язати задачу аналітичного продовження аномалій сили тяжіння [1]. В праці [2] виокремлено два альтернативні напрямки, що базуються на аналізі характеристичних властивостей МГПСТ. Один з них зводиться до розв'язання зовнішньої задачі Діріхле для лінійного диференціального рівняння типу Гельмгольца, яке моделює значення МГПСТ в області, не зайнятій тяжіючими масами, з невідомим змінним коефіцієнтом [3].

Перехід до задачі відновлення потенціалу усунув необхідність обчислення наступних наближень як коефіцієнтів рівняння сили тяжіння, так і самих значень сили тяжіння, бо останні тепер можна знайти не лише з розв'язання задачі Діріхле для рівняння сили тяжіння, а і з безпосереднього диференціювання відновленого потенціалу. Через це задача відновлення потенціалу за значеннями МГПСТ, яка не належить до класичних задач гравіметрії, набуває особливого значення. Один з можливих способів її вирішення розроблений в [4], а інший – гранична задача Алексідзе для рівняння Лапласа – викладено в [5, 6].

Постановка задачі. Нехай y^- – обмежена область точок тривимірного евклідового простору, зайнята масами Землі, y^+ – необмежене доповнення до y^-, що вільне від тяжіючих об'єктів, ∂y – границя множин y^- і y^+, що ототожнена з фізичною поверхнею Землі. В прямокутній декартовій системі координат $Ox_1x_2x_3$ з початком у центрі Землі, осі Ox_1, Ox_2 лежать в екваторіальній площині, а вісь Ox_3 співпадає з віссю її обертання. Точки області y^- позначмо через $\xi = (\xi_1, \xi_2, \xi_3) \in y^-$, а доповнення y^+ – через $x = (x_1, x_2, x_3) \in y^+$. Маси $M(\xi), \xi \in y^-$ з густиною $dM(\xi) = \sigma(\xi)d\xi$ всередині Землі генерують у просторі y^+ поле сили тяжіння з потенціалом

$$W(x) = f\int_{y^-} \frac{\sigma(\xi)}{|x-\xi|}d\xi + \begin{cases} \Omega(x), & x \in y^- \\ 0, & x \in y^+ \end{cases},$$

де f – гравітаційна стала, $\Omega(x) = 0.5\omega^2(x_1 + x_2)$ – потенціал відцентрової сили, ω – модуль вектора кутової швидкості Землі. Напруженість гравітаційного поля (значення ПГПСТ згідно з [2]) дорівнює:

$$g(x) = |-\nabla W(x)| = \sum_{k=1}^{3} \frac{\partial W(x)}{\partial x_k}\frac{\partial x_k(x)}{\partial n} = (\bar{g}(x), \bar{n}(x)) \qquad (1)$$

де $\dfrac{\partial x_k(x)}{\partial n} = \cos(n, x_k),\ k = 1,2,3$ – напрямні косинуси одиничного вектора $\bar{n}(x)$ внутрішньої нормалі до еквіпотенціальної поверхні $dW(x): W(y) = Cx$, яка проходить через точку x.

Для такої моделі середовища необхідно вирішити нелінійну граничну задачу Алексідзе для рівняння Лапласа: знайти функцію $W(x),\ x \in y^+$, яка задовольняє всередині необмеженої замкну-

тої області $\overline{y}^+ = y^+ \cup \partial y$ рівнянню Лапласа $\Delta W(x)=0,\ x\in y^+$, якщо в будь-якій точці ляпуновської границі ∂y області і в нескінченно віддаленій точці вона задовольняє умовам:

$$\sum_{k=1}^{3}\left(\frac{\partial W(x)}{\partial x_k}\right)^2 = g^2(x),\ x\in\partial y,\ \ W(x)\to 0 \text{ при } |x|\to\infty, \qquad (2)$$

де $g(x)$ – задана неперервна функція вигляду (1).

Гармонічну в області y^+ функцію $W(x),\ x\in y^+$ відшукаємо як потенціал простого шару

$$W(x)=\frac{1}{4\pi}\int_{\partial y}\frac{\sigma(\xi)}{|x-\xi|}dS_\xi,\ x\in y^+ \qquad (3)$$

з невідомою густиною $\sigma(x),\ x\in\partial y$ (інтегрованою, хоча загалом може бути більш гладкою функцією), поширеного на поверхні ∂y Ляпунова. Щоб вивести рівняння, з якого відновлюють невідому густину $\sigma(x)$ за заданими на поверхні ∂y значеннями $g(x)$ МГПСТ та для обчислення значень $g(x)$ в точках області y^+ при знайденій густині, визначмо, виходячи із зображення (3) потенціалу, квадрат модуля його градієнта:

$$g^2(x)=|\operatorname{grad}W(x)|^2=\frac{1}{16\pi^2}\int_{\partial y}\int_{\partial y}\frac{\sigma(\xi)}{|x-\xi|^2}\frac{\sigma(\eta)}{|x-\eta|^2}\sum_{k=1}^{3}\frac{x_k-\xi_k}{|x-\xi|^2}\frac{x_k-\eta_k}{|x-\eta|^2}dS_\eta dS_\xi .$$

Цей вираз стане компактнішим, якщо ввести в обіг одиничні вектори p і q, спрямовані з точки x в точки ξ і η відповідно, що пробігають по поверхні ∂y. Їх складові матимуть вигляд

$$p_i=\cos(p,x_i)=\frac{x_i-\xi_i}{|x-\xi|},\quad q_i=\cos(x_i,q)=\frac{x_i-\eta_i}{|x-\eta|},$$

а кут між самими векторами – $\cos(p,q)=\sum_{i=1}^{3}\cos(p,x_i)\cos(x_i,q)=\sum_{i=1}^{3}\frac{x_i-\xi_i}{|x-\xi|}\frac{x_i-\eta_i}{|x-\eta|}$.

З урахуванням цих позначень вираз для $g^2(x)$ набуває вигляду:

$$g^2(x)=\frac{1}{16\pi^2}\int_{\partial y}\int_{\partial y}\frac{\sigma(\xi)}{|x-\xi|^2}\frac{\sigma(\eta)}{|x-\eta|^2}\cos(p,q)dS_\eta dS_\xi . \qquad (4)$$

Проаналізуємо аналітичні особливості функції $g(x)$ модуля градієнта потенціалу простого шару (4). Першою з них є неперервність, що випливає з наступної леми.

Лема 1. *Модуль градієнта потенціалу простого шару є неперервною функцією точки $x\in\partial y$, яка рухається по поверхні ∂y Ляпунова.*

Доведення. Слід переконатися в існуванні інтеграла (4), поширеного на частину $\partial y(x)=\partial y\cap S(x,\varepsilon)$ поверхні ∂y всередині кулі $S(x,\varepsilon)$ Ляпунова радіуса $\varepsilon>0$ з центром в точці $x\in\partial y$, оскільки його існування в іншій частині $\partial y\setminus\partial y(x)$ не підлягає сумніву. Доведення існування інтегралу по $\partial y(x)$ полягає у відшуканні нерівностей, що витікають з локальних властивостей поверхонь Ляпунова, які властиві й поверхні ∂y.

Лема 2. *Квадрат модуля градієнта потенціалу простого шару, поширеного на сфері радіусом ρ з одиничною поверхневою густиною $\sigma(x)=1,\ x\in\partial y$, становить*

$$g^2(x)=\frac{1}{16\pi^2}\int_{\partial y}\int_{\partial y}\frac{\cos(p,q)}{|x-\xi|^2|x-\eta|^2}dS_\eta dS_\xi=\begin{cases}\rho^4/|x|^4, & |x|>\rho\\ 1/4, & |x|=\rho\\ 0, & |x|<\rho\end{cases}$$

Доведення. Розглянемо спочатку випадок, коли точка розташована зовні сфери ∂y радіусом ρ. Покладемо в точці x початок допоміжної системи координат $O\xi_1\xi_2\xi_3$, спрямувавши вісь $O\xi_3$ крізь центр сфери. Тоді центр сфери матиме координати $(0,0,a)$, де $a=|x|$ – апліката центра сфери, а її рівняння – $\xi_1^2+\xi_2^2+(\xi_3-a)^2=\rho^2$. В полярних координатах рівняння набуває вигляду:

$$r\ \ (\varphi,\lambda)-2ar(\varphi,\lambda)\cos\varphi+a^2-\rho^2=0,$$

оскільки $\xi_1=r(\varphi,\lambda)\sin\varphi\cos\lambda,\ \xi_2=r(\varphi,\lambda)\sin\varphi\sin\lambda,\ \xi_3=r(\varphi,\lambda)\cos\varphi$. Звідси випливає, що $r(\varphi,\lambda)=r(\varphi)$, причому $r(\varphi)=a\cos\varphi\pm\sqrt{\rho^2-a^2\sin^2\varphi},\ 0\le\varphi\le\varphi_0$, де $\varphi_0=\arcsin\rho/a$. Виходячи з цього виразу, рівняння сфери можна однозначно поділити відносно напряму осі $O\xi_3$ на дві частини – „верхню" і „нижню", що задаються, відповідно, рівняннями:

$$r_в(\varphi)=a\cos\varphi+\sqrt{\rho^2-a^2\sin^2\varphi},\ 0\le\varphi\le\varphi_0,$$

$$r_н(\varphi)=a\cos\varphi-\sqrt{\rho^2-a^2\sin^2\varphi},\ 0\le\varphi\le\varphi_0.$$

Знайдемо найменший елемент dS сфери ∂y, параметризованої полярними координатами, для чого складемо матрицю $\begin{vmatrix}\frac{\partial\xi_1}{\partial\varphi} & \frac{\partial\xi_2}{\partial\varphi} & \frac{\partial\xi_3}{\partial\varphi}\\ \frac{\partial\xi_1}{\partial\lambda} & \frac{\partial\xi_2}{\partial\lambda} & \frac{\partial\xi_3}{\partial\lambda}\end{vmatrix}$ і за її елементами підрахуємо коефіцієнти Гауса сфери ∂y, отримавши при цьому

$$dS=r(\varphi,\lambda)\sqrt{r^2(\varphi)+\left[\frac{\partial r(\varphi)}{\partial\varphi}\right]^2}\sin\varphi d\varphi d\lambda.$$

Звідси з урахуванням зображень „верхньої" і „нижньої" частин сфери, отримуємо значення елементів поверхні „верхньої" і „нижньої" частини сфери відповідно, у вигляді

$$dS_в=\frac{r_в^2(\varphi)\rho\sin\varphi}{\sqrt{\rho^2-a^2\sin\varphi}}d\varphi d\lambda,\ \ dS_н=\frac{r_н^2(\varphi)\rho\sin\varphi}{\sqrt{\rho^2-a^2\sin\varphi}}d\varphi d\lambda.$$

Враховуючи, що $|\xi|=r(\varphi)$ та виразивши спрямовуючі косинуси одиничних векторів p і q через φ і λ, отримаємо $g^2(x)=\left(\int\limits_0^{\varphi_0}\frac{\rho\sin\varphi\cos\varphi}{\sqrt{\rho^2-a^2\sin^2\varphi}}d\varphi\right)^2=\frac{\rho^4}{|x|^4}$, що й треба було довести.

Нехай точка x лежить на сфері ∂y. Покладемо в ній початок допоміжної сферичної системи координат та отримаємо рівняння сфери $r(\varphi)=2\rho\cos\varphi,\ 0\le\varphi\le\pi/2$, і, відповідно, елемент поверхні $dS=\sqrt{EG-F^2}d\varphi d\lambda=4\rho^2\sin\varphi\cos\varphi d\varphi d\lambda$, де $E=E(\varphi,\lambda),\ G=G(\varphi,\lambda),\ F=F(\varphi,\lambda)$ – коефіцієнти Гауса поверхні ∂y. Підставляючи останній вираз у вираз для $g^2(x)$, одразу отримуємо

$$g^2(x)=\frac{1}{4}\left(\int\limits_0^{\pi/2}\frac{4\rho^2\cos^2\varphi\sin\varphi}{r^2(\varphi)}\right)^2=\frac{1}{4},$$

що доводить лему для випадку, коли $x\in\partial y$.

Якщо точка x розташована всередині сфери ∂y, покладемо початок допоміжної сферичної системи координат в точку x з полярною віссю, що проходить крізь центр сфери, та отримаємо рівняння сфери для точок її „верхньої" і „нижньої" частин

$$r_в(\varphi)=a\cos\varphi+\sqrt{\rho^2-a^2\sin^2\varphi},\ 0\le\varphi\le\pi/2,$$

$$r_н(\varphi)=a\cos\varphi-\sqrt{\rho^2-a^2\sin^2\varphi},\ -\pi/2\le\varphi\le0,$$

де $a=|x|$ – апліката центра сфери. Звідси після нескладних перетворень цих зображень, отримаємо $g^2(x)=0$ при $|x|<\rho$.

Функція $g^2(x)$ (4) є розривною і має розрив неперервності при перетині точкою x поверхні ∂y. Щоб знайти величину розриву, позначмо через $g_0^2(x)$ пряме значення квадрата МГПСТ, якщо точка x лежить на поверхні ∂y, а через $g_e^2(x)$ і $g_i^2(x)$ – граничні значення $g^2(x)$, якщо точка x

прямує до поверхні ∂y поза та зсередини області y^- по нормалі до ∂y. Величину розриву розкриває теорема.

Теорема 1. *Нехай простий шар поширений на поверхні Ляпунова ∂y, що охоплює область y^-. Якщо густина $\sigma(x), x \in \partial y$ потенціалу простого шару неперервна, то квадрат МГПСТ $g^2(x_0)$ при наближенні точки x_0 в напрямі нормалі $n(x)$ до точки x на поверхні ∂y ззовні та зсередини області y^- має різні границі:*

$$\lim_{\substack{x_0 \to x \in \partial y \\ x_0 \in n \cap y^+}} g^2(x_0) = g_e^2(x) = \frac{1}{4}\sigma^2(x) + \frac{\sigma(x)}{4\pi}\int_{\partial y} \frac{\cos(n,\rho)}{|x-\xi|^2}\sigma(\xi)dS_\xi + g_0^2(x),$$

$$\lim_{\substack{x_0 \to x \in \partial y \\ x_0 \in n \cap y^-}} g^2(x_0) = g_i^2(x) = \frac{1}{4}\sigma^2(x) - \frac{\sigma(x)}{4\pi}\int_{\partial y} \frac{\cos(n,\rho)}{|x-\xi|^2}\sigma(\xi)dS_\xi + g_0^2(x).$$

Доведення. Щоб довести теорему, застосуємо означення МГПСТ та твердження з публікації [3]: *якщо густина потенціалу простого шару (3) є диференційовною, граничні значення частинних похідних потенціалу 1-го та 2-го порядку визначаються величинами*

$$\frac{\partial W(x)}{\partial x_i} = -\frac{1}{4\pi}\int_{\partial y} \frac{x_i - \xi_i}{|x-\xi|^3}\sigma(\xi)dS_\xi + \frac{1}{2}\sigma(x)\cos(x_i, n),$$

$$\frac{\partial^2 W(x)}{\partial x_i^2} = -\frac{1}{4\pi}\int_{\partial y} \frac{3(x_i-\xi_i)^2 - |x-\xi|^3}{|x-\xi|^5}(\sigma(\xi)-\sigma(x))dS_\xi + \frac{1}{2}\sigma(x)\frac{\partial}{\partial x_i}\cos(x_i, n),$$

$$\frac{\partial^2 W(x)}{\partial x_i \partial x_j} = \frac{3}{4\pi}\int_{\partial y} \frac{(x_- - \xi_i)(x_j - \xi_j)}{|x-\xi|^5}(\sigma(\xi)-\sigma(x))dS_\xi + \frac{1}{2}\sigma(x)\frac{\partial}{\partial x_i}\cos(x_j, n),\ i = j,\ i, j = 1,2,3,$$

які можна отримати з подання потенціалу $W(x)$ у вигляді

$$W(x) = \frac{1}{4\pi}\int_{\partial y} \frac{1}{|x-\xi|}(\sigma(\xi)-\sigma(x))dS_\xi + \frac{1}{4\pi}\sigma(x)\int_{\partial y} \frac{dS_\xi}{|x-\xi|},$$

якщо замінити безпосереднє диференціювання за x_i диференціюванням по внутрішній нормалі n до поверхні ∂y в точці x та врахувати тотожність

$$\frac{1}{4\pi}\int_{\partial y} \frac{\partial}{\partial n}\frac{1}{|x-\xi|}dS_\xi = \begin{cases} 1, & x \in y^+ \\ 1/2, & x \in \partial y \\ 0, & x \in y^- \end{cases},$$

що випливає з тотожності Гріна при $V(x) \equiv 1$.

Дійсно, при $x \in n \cap y^+$ маємо

$$\lim_{x_0 \to x \in \partial y} \sum_{k=1}^{3}\left(\frac{\partial W(x_0)}{\partial x_k}\right)^2 = g_e^2(x) = \sum_{k=1}^{3}\left(\frac{1}{2}\sigma(x)\cos(n, x_k) + \frac{\cos(n, x_k)}{4\pi}\int_{\partial y} \frac{\partial}{\partial n}\frac{\sigma(\xi)}{|x-\xi|}dS_\xi\right)^2 =$$

$$= \frac{1}{4}\sigma^2(x) + \frac{\sigma(x)}{4\pi}\int_{\partial y} \frac{\cos(n,\rho)}{|x-\xi|^2}\sigma(\xi)dS_\xi + g_0^2(x),$$

і аналогічно при $x \in n \cap y^-$ маємо

$$\lim_{x_0 \to x \in \partial y} \sum_{k=1}^{3}\left(\frac{\partial W(x_0)}{\partial x_k}\right)^2 = g_i^2(x) = \frac{1}{4}\sigma^2(x) - \frac{\sigma(x)}{4\pi}\int_{\partial y} \frac{\cos(n,\rho)}{|x-\xi|^2}\sigma(\xi)dS_\xi + g_0^2(x),$$

де $g_0^2(x) = \frac{1}{16\pi^2}\int_{\partial y} \frac{\sigma(\xi)}{|x-\xi|^2}\frac{\sigma(\eta)}{|x-\eta|^2}\cos(p,q)dS_\eta dS_\xi,\ x \in \partial y$.

Звідси при $\sigma(x)\equiv 1$, $x\in\partial y$ та з умови для сфери $\frac{1}{4\pi}\int\limits_{\partial y}\frac{\cos(n,\rho)}{|x-\xi|^2}dS_\xi=\frac{1}{2}$ отримуємо $g_e^2(x)-g_0^2(x)=3/4$, $x\in\partial y$, що узгоджується з лемою 2.

Оскільки функція $g^2(x)$ при наближенні точки x до поверхні ∂y має розрив (доведений теоремою 1), а при русі тієї ж точки по поверхні ∂y вона неперервна (як стверджує лема 1), то для виконання граничних умов (2) задачі Алексідзе необхідно, щоб виконувалась рівність $g_e^2(x)=g^2(x),\ x\in\partial y$, тобто задані на границі ∂y значення сили тяжіння дорівнюють значенням в зовнішньому просторі.

Зауважуючи зображення для $g_e^2(x)$ в теоремі 1, отримуємо щодо невідомої густини потенціалу простого шару (3) нелінійне інтегральне рівняння сили тяжіння:

$$\frac{1}{4}\sigma^2(x)+\frac{\sigma(x)}{4\pi}\int\limits_{\partial y}\frac{\cos(n,\rho)}{|x-\xi|^2}\sigma(\xi)dS_\xi+\frac{1}{16\pi^2}\int\limits_{\partial y}\int\limits_{\partial y}\frac{\sigma(\xi)}{|x-\xi|^2}\frac{\sigma(\eta)}{|x-\eta|^2}\cos(p,q)dS_\eta dS_\xi=g^2(x),\ x\in\partial y. \quad (5)$$

Розв'язок $\sigma(x),\ x\in\partial y$ інтегрального рівняння (5) еквівалентний розв'язку задачі Алексідзе з граничними даними на поверхні ∂y Ляпунова, оскільки за будь-якого вибору густини потенціал (3) простого шару задовольняє в області y^+ рівнянню Лапласа, а знайдене з рівняння (5) значення густини забезпечує виконання граничної умови (2). Питання розв'язності задачі Алексідзе по суті редукується до вияснення умов існування, єдності та стійкості розв'язку нелінійного рівняння (5).

Це рівняння можна спростити, виходячи з того, що (наслідок леми 2) внутрішня точка не тяжіє до однорідного сферичного шару. Отже, можна припустити, що існують не лише для сферичних, але й для інших шарів такі розподіли густини, які не притягують внутрішніх точок. У справедливості припущення переконаємось, якщо проаналізуємо взаємодію внутрішніх точок області з простим шаром в точках границі ∂y області, що є поверхнею Ляпунова, з густиною, яка задовольняє інтегральному рівнянню

$$\frac{1}{4}\sigma^2(x)-\frac{\sigma(x)}{4\pi}\int\limits_{\partial y}\frac{\cos(n,\rho)}{|x-\xi|^2}\sigma(\xi)dS_\xi+g_0^2(x)=0,\ x\in\partial y, \quad (6)$$

яке виходить з (5) з урахуванням виразу (4).

Якщо густина $\sigma(x)$ простого шару є розв'язком рівняння (6), то цей шар створює потенціал $W(x)$, значення якого не змінюються всередині області y^-. Дійсно, умова (6) відповідає граничній рівності $g_i^2(x)=0$, $x\in\partial y$, яка, в свою чергу, еквівалентна співвідношенню $|\mathrm{grad}W(x)|^2=0$, $x\in\partial y$. Звідси випливає, що гармонічна функція $W(x)$, $x\in y^-$ в кожній точці границі ∂y Ляпунова задовольняє умову $\frac{\partial W(x)}{\partial x_k}=0,\ k=1,2,3$, тобто потенціал $W(x)=\mathrm{const}$ сталий у всій області $x\in y^-$. Через це внутрішні точки області y^- не тяжіють до простого шару з густиною, яка задовольняє умові (6).

Тепер додаймо вирази (5) і (6), в результаті чого отримаємо нове інтегральне рівняння

$$\sigma^2(x)+\frac{1}{4\pi^2}\int\limits_{\partial y}\int\limits_{\partial y}\frac{\sigma(\xi)}{|x-\xi|^2}\frac{\sigma(\eta)}{|x-\eta|^2}\cos(p,q)dS_\eta dS_\xi=2g^2(x),\ x\in\partial y, \quad (7)$$

розв'язок якого зумовлює розподіл сили тяжіння $g(x)$ в необмеженій області y^+, що відповідає постійному значенню потенціалу $W(x)$ всередині області y^-. Розв'язки рівнянь (5) і (7) допомагають визначати не лише потенціал $W(x)$, $x\in y^+$, а й значення МГПСТ в будь-якій точці необмеженої області y^+. Їх можна обчислити як з (4), так і за значно зручнішою формулою

$$g^2(x)=\frac{1}{16\pi^2}\sum_{k=1}^{3}\left(\int\limits_{\partial y}\frac{x_k-\xi_k}{|x-\xi|^3}\sigma(\xi)dS_\xi\right)^2.$$

Зведення задачі Алексідзе з граничними даними (2) на поверхні Ляпунова до розв'язання нелінійного інтегрального рівняння сили тяжіння (5) дозволяє вивчити питання розв'язності та єдиності її розв'язків, ефективно знаходити числові наближення для областей складної форми.

1. *Алексидзе М.А*. Редукция силы тяжести. – Тб.: Мецниереба, 1965. – 256 с.
2. *Черный А.В.* Избранные задачи гравиметрии и гравиразведки и методы их решения: Дис… д. ф.-м.н.: 04.00.22 / К.: ИГФ НАНУ, 1991. – 429 с.
3. *Якимчик А.I.* Гранична задача відновлення потенціалу за значеннями модуля його градієнта: Автореф. дис... канд..ф.-м.н.: 04.00.22 / К. IГФ НАНУ, 2001. – 16 с.
4. *Черный А.В*. Описание гравитационных аномалий // Докл. АН УССР. Сер. Б. – 1982, № 4. – С. 18-21.
5. *Чорний А.В*. Про нову задачу для рівняння Лапласа // Вісник Київського університету. Сер. Геологія. – 1995. – Вип. 13. – С. 72-80.
6. Дубовенко Ю.I. Спосіб відновлення потенціалу за значеннями модуля його градієнта: Матер. наук. конф. „Геофізичні технології прогнозування та моніторингу геологічного середовища", Львів, 6-10 жовтня 2008 р. – Львів: В-во „СПОЛОМ", 2008. – С. 156-158.

Інститут геофізики ім. С.І. Субботіна
НАН України, м. Київ

Надійшло до редакції 01.04.2009

Yu.I. Dubovenko

Reduction of the Alexidze problem to the gravity equation

For purposes of an analytic continuation of gravity values as a module of gravity potential gradients (MGPG) in global areas a nonlinear boundary-value Alexidze problem for the Laplace's equation is formulated. To solve it as a simple layer potential on the Lyapunov's surface it is necessary to define the unknown simple layer density values. On the basis of analytical features of MGPG function, the Alexidze problem is reduced to the solution of a nonlinear integral gravity equation.

Дубовенко Юрій Іванович, к.ф.-м.н., науковий співробітник Інституту геофізики НАНУ,
ел. пошта: dubovenko@igph.kiev.ua, leader96@narod.ru;
адреса: 03142, Київ-142, пр. Палладіна, 32, к. 304.

Опубліковано в ДАНУ № 12, 2009. – С. 112-119.